CORRIGE BREVET BLANC DE MATHEMATIQUES : 30 mars 2011

PARTIE NUMERIQUE

Exercice 1

1. J'utilise la méthode des divisions successives.

Dividende	Diviseur	Quotient	Reste
252	144	1	108
144	108	1	36
108	36	3	0

Le dernier reste non nul est 36 donc PGCD(252 ;144)=36

2. a) Le nombre maximal d'équipes que cette association peut former est égal au PGCD de 252 et 144, donc 36 équipes.
b) Il y aura 7 garçons (252 ÷36) et 4 filles (144 ÷36) dans chaque équipe.

Exercice 2

1. a)
$-2 \quad + 0,5 \ = \sqrt{25\times 5} - 2\sqrt{49\times 5} + 0,5\sqrt{4\times 5} = 5\sqrt{5} - 2\times 7\sqrt{5} + 0,5\times 2\sqrt{5} = -8\sqrt{5}$

b) $= \sqrt{\dfrac{1}{49}} = \dfrac{1}{7}$

2. a) $E = 4^2 - 2\times4\times3x + (3x)^2 - (2x\times 4 - 2x\times3x + 5\times 4 - 5\times3x)$
$E = 16 - 24x + 9x^2 - (8x - 6x^2 + 20 - 15x)$
$E = 16 - 24x + 9x^2 - (-6x^2 + 20 - 7x)$
$E = 16 - 24x + 9x^2 + 6x^2 - 20 + 7x$
$E = 15x^2 - 17x - 4$

b) $E = (4-3x)^2 - (2x + 5)(4-3x)$
$E = (4-3x)(4-3x) - (2x + 5)(4-3x)$
$E = (4-3x)(4-3x - (2x + 5)) = (4-3x)(4-3x - 2x - 5) = (4-3x)(-5x - 1)$

c) $(-1 - 5x)(4-3x) = 0.$
Un produit de facteurs est nul si au moins un des facteurs est nul, on a donc :

$-1 - 5x = 0$ ou $4 - 3x = 0$

$x = -\dfrac{1}{5}$ ou $x = \dfrac{4}{3}$

Les solutions de l'équation sont -0,2 et 4/3.

d) Les solutions de l'équation E = 0 sont les mêmes, puisqu'il s'agit de l'expression factorisée de E

Exercice 3

1. 2+3 = 5 ; 5 ×4=20 20 – 12= 8

2. $\left(\dfrac{1}{3} + 3\right)\times 4 - 12 = 4\times\dfrac{10}{3} - 12 = \dfrac{40}{3} - \dfrac{36}{3} = \dfrac{4}{3}$

$(0 + 3)\times 4 - 12 = 3\times 4 - 12 = 0$

3. a) En multipliant le nombre choisi par 4
b) $(x + 3)\times 4 - 12 = 4x + 12 - 12 = 4x$

PARTIE GEOMETRIQUE

Exercice 1

1. Les droites (LK) et (MJ) sont sécantes en I, les droites (LM) et (JK) sont parallèles, d'après le théorème de Thalès : $\frac{IL}{IK} = \frac{IM}{IJ} = \frac{LM}{KJ}$; $\frac{4}{6} = \frac{IM}{7,5} = \frac{LM}{9}$ On a donc $IM = \frac{4 \times 7,5}{6} = 5cm$

2. Les points K, J, N d'une part, les points K, I, L d'autre part sont alignés dans le même ordre, comparons $\frac{KJ}{KN}$ *et* $\frac{KI}{KL}$:

$\frac{KJ}{KN} = \frac{9}{9+6} = \frac{9}{15} = 0,6$; $\frac{KI}{KL} = \frac{6}{6+4} = \frac{6}{10} = 0,6$ donc $\frac{KJ}{KN} = \frac{KI}{KL}$, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MN) et (AB) sont parallèles.

Exercice 2

1. Faire la figure.
2. Je calcule le carré du plus long côté : $BD^2 = 13^2 = 169$

   Je calcule la somme des carrés des deux autres côtés : $DN^2 + NB^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$

$BD^2 = DN^2 + NB^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle DNB est rectangle en N.

3. Dans le triangle DNB rectangle en N, $\cos D\hat{B}N = \frac{\text{côté adjacent à } \hat{B}}{\text{hypoténuse}} = \frac{NB}{DB} = \frac{12}{13}$

$D\hat{B}N \approx 23^\circ$

3. Le triangle DNB est rectangle en N donc l'hypoténuse [DB] est le diamètre du cercle circonscrit au triangle DNB. On a donc périmètre du cercle égal à diamètre $\times\pi$ soit 13π cm

PROBLEME

Partie A

1. Dans le triangle ABC rectangle en A, j'applique le théorème de Pythagore :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$; $BC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$; $BC = \sqrt{25} = 5cm$

2. Le triangle ABC est rectangle en A, donc le quadrilatère APMQ possède un angle droit en A.

La perpendiculaire à (AB) passant par M coupe (AB) en P donc le quadrilatère APMQ possède un angle droit en P

La perpendiculaire à (AC) passant par M coupe (AC) en Q donc le quadrilatère APMQ possède un angle droit en Q.

Le quadrilatère APMQ possède 3 angles droits donc c'est un rectangle.

3. Le quadrilatère AMPQ est un rectangle, donc ses côtés opposés sont parallèles deux à deux, en particulier, les droites (PM) et (AQ), le point Q appartenant à (AC), les droites (PM) et (AC) sont parallèles.

Les droites (MC) et (AP) sont sécantes en B, les droites (PM) et (AC) sont parallèles, d'après le théorème de Thalès : $\frac{BP}{BA} = \frac{BM}{BC} = \frac{PM}{AC}$; $\frac{BP}{3} = \frac{BM}{5} = \frac{PM}{4}$

Partie B

1. D'après la partie A, on a : $\frac{BP}{3} = \frac{BM}{5} = \frac{PM}{4}$ *donc* $\frac{BP}{3} = \frac{2}{5} = \frac{PM}{4}$

On a donc $BP = \frac{2 \times 3}{5} = 1{,}2cm$ et $PM = \frac{2 \times 4}{5} = 1{,}6cm$

AP = AB – BP = 3 – 1,2 = 1,8 cm

2. aire du rectangle APMQ : AP×PM = 1,8 ×1,6 = 2,88 cm^2

Partie C

1. D'après la partie A, on a : $\frac{BP}{3} = \frac{BM}{5} = \frac{PM}{4}$ *donc* $\frac{BP}{3} = \frac{x}{5} = \frac{PM}{4}$

On a donc $BP = \frac{3 \times x}{5} = 0{,}6x\,cm$ et $PM = \frac{4 \times x}{5} = 0{,}8x\,cm$

2. AP = AB – BP = 3 – 0,6x

3. Pour que APMQ soit un carré, il faut que AP = PM, soit :

$3 - 0{,}6x = 0{,}8x$

$3 = 1{,}4x$

$x = \frac{3}{1{,}4} = \frac{30}{14} = \frac{15}{7}$

4. $A(x)$ = AP×PM = $(3 – 0{,}6\, x) \times 0{,}8\, x = 3\times0{,}8\, x - 0{,}6\, x \times 0{,}8\, x = 2{,}4\, x - 0{,}48\, x^2$

5. a) Les valeurs approchées de x pour lesquelles l'aire du rectangle APMQ est de 1 cm^2.sont d'environ 0,4 cm et 4,6 cm.

b) La valeur pour laquelle l'aire de APMQ est maximale est 2,5 cm cette aire maximale est de 3 cm^2.