**CORRIGE BREVET BLANC DE MATHEMATIQUES**
**Mercredi 14 janvier 2009**

## PARTIE NUMERIQUE (12 points)

### Exercice 1
(Les justifications suivantes ne sont pas attendues au brevet)

| | |
|---|---|
| 1 | $\frac{5}{3}-\frac{1}{3}\times\frac{9}{2}=\frac{5}{3}-\frac{1\times 9}{3\times 2}=\frac{5}{3}-\frac{9}{6}=\frac{10}{6}-\frac{9}{6}=\frac{1}{6}$ |
| 2 | Les nombres 45 322 et 14 584 ne sont pas premiers entre eux car ils sont tous les deux divisibles par 2. |
| 3 | $2\sqrt{48}+5\sqrt{3}-\sqrt{108}=\ 2\sqrt{16\times 3}+5\sqrt{3}-\sqrt{36\times 3}=2\times 4\sqrt{3}+5\sqrt{3}-6\sqrt{3}=7\sqrt{3}$ |
| 4 | Si $(x-3)^2=64$ alors x-3=8 ou x-3=-8, donc x=8+3=11 ou x=-8+3=-5, les solutions de l'équation sont 11 et -5. |

### Exercice 2
1. Il veut partager de façon équitable en faisant un nombre maximal de lots, il s'agit donc du PGCD de 84 et 147. J'utilise la méthode des divisions successives.

| Dividende | Diviseur | Quotient | Reste |
|---|---|---|---|
| 147 | 84 | 1 | 63 |
| 84 | 63 | 1 | 21 |
| 63 | 21 | 3 | 0 |

   Le dernier reste non nul est 21, donc PGCD(147 ;84) = 21, <u>Pierre pourra réaliser au maximum 21 lots</u>.
2. Il y aura : 147÷21 = <u>7 bonbons par lot</u> et 84÷21 = <u>4 sucettes par lot</u>.

### Exercice 3
**1.** $E = (2x + 3)(5 - x) + (2x + 3)^2$.
$E = 2x\times 5 - 2x\times x+3\times 5-3\times x+(2x)^2+2\times 2x\times 3+3^2$
$E = 10x-2x^2+15-3x+4x^2+12x+9$
$E = 2x^2+19x+24$

**2.** $E = 2x^2+19x+24$ donc pour $x= -1,5$, $E = 2\times(-1,5)^2+19\times(-1,5)+24 = 2\times 2,25-28,5+24=0$

**3.** $E = 2x^2+19x+24$ donc pour $x=\sqrt{3}$, $E = 2\times(\sqrt{3})^2+19\times(\sqrt{3})+24 = 2\times 3+19\sqrt{3}+24=30+19\sqrt{3}$

---

## PARTIE GEOMETRIQUE (12 points)

### Exercice 1 :
1. a) Je calcule le carré du plus long côté : $AC^2 = 15^2 = 225$
   Je calcule la somme des carrés des deux autres côtés : $AB^2 + BC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$
$AC^2 = AB^2 + BC^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

2. b) Les points A, E, B d'une part, les points A, F, C d'autre part sont alignés dans le même ordre, comparons $\frac{AE}{AB}$ *et* $\frac{AF}{AC}$ :
   $\frac{AE}{AB}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ ; $\frac{AF}{AC}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$ donc $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}$, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (EF) et (BC) sont parallèles.
3.

Les triangles AEF et ABC sont en situation de Thalès car (EF) // (BC).
On a donc $\frac{AE}{AB}=\frac{EF}{BC}$ d'où $\frac{1}{3}=\frac{EF}{12}$ *on obtient* $EF=\frac{12}{3}=4cm$

$\mathcal{A}_{AEF} = \frac{AE\times EF}{2} = \frac{3\times 4}{2} = 6cm^2$ L'aire du triangle AFE est égale à 6 cm²

## Exercice 2

1. Dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires donc :

   $A\hat{C}B = 90° - A\hat{B}C$ =90°-30°=60°

2. a) Dans le triangle ABC rectangle en A, $\sin A\hat{B}C = \dfrac{côté\ opposé\ à\ \hat{B}}{hypoténuse} = \dfrac{AC}{BC}$

$\sin 30° = \dfrac{5}{BC} \quad donc \quad BC = \dfrac{5}{\sin 30°} = 10cm$

b) Dans le triangle ABC rectangle en A, j'applique le théorème de Pythagore :

$BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad ; \quad 10^2 = AB^2 + 5^2 \quad ; \quad AB^2 = 10025 = 75$

$AB = \sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3} \approx 8{,}7cm$

3.a) Les droites (CH) et (BK) sont sécantes en A, les droites (HK) et (BC) sont parallèles, d'après le théorème de Thalès : $\dfrac{AH}{AC} = \dfrac{AK}{AB} = \dfrac{HK}{CB}$ ; $\dfrac{2}{5} = \dfrac{AK}{5\sqrt{3}} = \dfrac{HK}{10}$

On a donc $AK = \dfrac{2 \times 5\sqrt{3}}{5} = 2\sqrt{3} \approx 3{,}5cm$ d'où $\dfrac{1}{3} = \dfrac{EF}{12}$ $on\ obtient\ EF = \dfrac{12}{3} = 4cm$

b) Dans le triangle KAC rectangle en A, $\tan A\hat{C}K = \dfrac{côté\ opposé\ à\ \hat{C}}{côté\ adjacent\ à\ \hat{C}} = \dfrac{AK}{AC} = \dfrac{2\sqrt{3}}{5}$

$$A\hat{C}K \approx 35°$$

## PROBLEME (12 points)

### Partie 1

1) IEBA est un rectangle, or un rectangle a ses côtés opposés de même longueur. J'en déduis que EA = IB = 2 m .

HI = HB – IB car I $\in$ [HB] d'où HI = 5 – 2 = 3 m

2) Dans le triangle HIE rectangle en I, j'applique le théorème de Pythagore $HE^2 = HI^2 + IE^2$

$HE^2 = 3^2 + 2{,}25^2 = 9 + 5{,}0625 = 14{,}0625$ HE = $\sqrt{14{,}0625} = 3{,}75\ m$

3) Dans le triangle HIE rectangle en I ,

Cos $\widehat{IHE} = \dfrac{côté\ adjacent}{hypoténuse} = \dfrac{HI}{HE} = \dfrac{3}{3{,}75}$ d'où $\widehat{IHE} \approx 37°$

### Partie 2

1) Dans le triangle rectangle en I , l'angle $\widehat{IHE}$ mesure 45°. Par conséquent , l'angle $\widehat{IEH}$ mesure 45° car dans un triangle, la somme des angles est égale à 180°. Or si un triangle a deux angles de même mesure, alors il est isocèle. Le triangle HIE est donc isocèle et rectangle en I.

2) HI = IE car HIE est isocèle en I.

Or IE = BA = 2,25 car IEAB est un rectangle et un rectangle a ses côtés opposés de même longueur.

HI = 2,25 m

AE = BI = HB – HI = 5 – 2,25 = 2,75 m

### Partie 3

1) IE = BA = 2,25 m

Dans le triangle HIE rectangle en I,

tan $\widehat{IHE} = \dfrac{côté\ opposé\ à\ \hat{H}}{côté\ adjacent\ à\ \hat{H}} = \dfrac{IE}{HI}$ $\quad d'où \quad \tan 60° = \dfrac{2{,}25}{HI}$ $\quad HI = \dfrac{2{,}25}{\tan 60°}$ $\quad HI \approx 1{,}30m$

2) AE = IB = HB – HI soit : AE $\approx$ 5 – 1,30 = 3,70 m

### Partie 4

Si la hauteur est comprise entre 3 m et 3,5 m, l'angle $\widehat{IHE}$ mesure entre 48° et 56°